PART2 ケプラーの法則

目標　ケプラーの第1法則，第2法則，第3法則について，それぞれ簡潔に説明できる。

Chapter1　ケプラーの法則

地球は太陽系の惑星の1つです。ここでは，惑星の公転に関する法則について学びましょう。

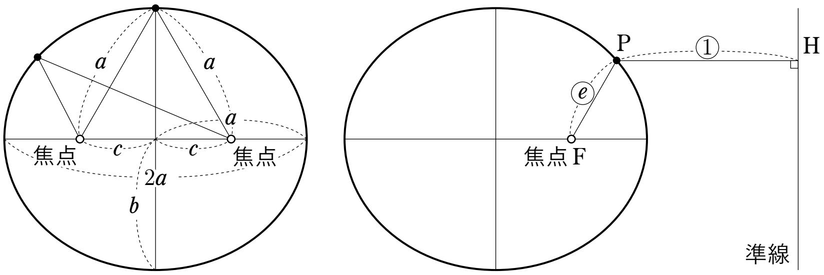
ケプラーの第1法則と第2法則

・**楕円** 数学C

2定点からの距離の和が一定である点の軌跡を**楕円**という。また，この2定点を楕円の**焦点**という。

数学では図の $2a$ の長さを長軸，$2b$ の長さを短軸と呼ぶが，地学では a の長さを**長半径**，b の長さを短半径と呼ぶ。

また，楕円は1定点〔焦点〕と定直線〔準線〕からの距離の比が一定［$0 < e < 1$ を満たす定数 e を用いて FP：PH ＝ e：1］である点の軌跡としても表され，この e を**離心率**という。楕円の中心から焦点までの距離を c とすると，$e = \frac{c}{a}$ が成り立つ。



・**ケプラーの第1法則〔楕円軌道の法則〕**

太陽系の惑星は，太陽が焦点の1つにあるような楕円軌道を描いて公転する。

・**ケプラーの第 2 法則〔面積速度一定の法則〕**

ある惑星と太陽を結ぶ線分が単位時間に通過する部分の面積は一定である。

ケプラーの第3法則

・**太陽系の惑星についてのケプラーの第 3 法則〔調和の法則〕**

公転軌道の長半径を a〔天文単位〕，公転周期を P〔年〕とすると，太陽系のすべての惑星について

$$\frac{a^3}{P^2}=1$$

が成り立つ。

・**一般化したケプラーの第 3 法則**

質量 m_1，m_2 の 2 天体が共通重心のまわりを長半径 a_1，a_2 で公転するとき，万有引力定数を G として

$$\frac{(a_1+a_2)^3}{P^2}=\frac{G(m_1+m_2)}{4\pi^2}$$

が成り立つ。

覚えておこう

楕円軌道の長半径は平均距離とも呼ばれます。

知っておこう

ケプラーが観測事実に基づいて 3 つの法則を導いたのに対して，その理論的な根拠を示したのがイギリスのニュートン（Isaac Newton）です。1687 年，彼は運動の法則と万有引力の法則を用いてケプラーの法則を導くことに成功しました。

まとめ

・第 1 法則：太陽系の惑星は，太陽が________の 1 つにあるような楕円軌道を描いて公転する。

・第 2 法則：ある惑星と太陽を結ぶ線分が単位時間に通過する部分の面積は一定である。

・第 3 法則：公転軌道の長半径を a〔天文単位〕，公転周期を P〔年〕とすると，太陽系のすべての惑星について____________が成り立つ。

Chapter2　演習問題

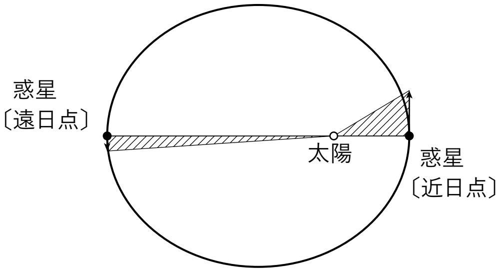
ここでは，具体的な例を用いてケプラーの法則について確認しましょう。

問題⑴　ケプラーの第 1 法則について述べた次の文章中の（　　　）について，正しいものを選びましょう。

ケプラーの第 1 法則は，楕円軌道の法則とも呼ばれる。これは，惑星は太陽が（中心 / 焦点の 1 つ）にあるような楕円軌道を描いて公転する，という法則である。

惑星が太陽に最も近づく点を近日点，最も遠くなる点を遠日点という。また，そのそれぞれの地点における惑星と太陽との距離を近日点距離，遠日点距離という。火星の公転軌道の離心率が 0.094 であることを用いると，火星の遠日点距離は近日点距離のおよそ（1.1 倍 / 1.2 倍 / 1.9 倍 / 2.0 倍）であることがわかる。

問題⑵　次の図は，ケプラーの第 2 法則を説明する模式図です。この図の斜線で表された三角形は，単位時間に惑星と太陽を結ぶ線分が通過する部分を近似的に表しています。この図を参考にして，ケプラーの第 2 法則について述べた文章中の（　　　）について，正しいものを選びましょう。



ケプラーの第2法則は，ある惑星と太陽を結ぶ線分が単位時間に通過する部分の面積は一定である，という法則である。

特別な場合として，近日点と遠日点について考えよう。これらの地点では惑星と太陽を結ぶ線分が惑星の公転する向きと垂直であり，斜線部は直角三角形となっている。**問題**⑴の結果と近日点と遠日点で斜線部の面積が等しいことを用いると，火星の近日点における公転速度は遠日点における公転速度のおよそ（0.8倍 / 0.9倍 / 1.1倍 / 1.2倍）であることがわかる。

問題⑶　ケプラーの第3法則について述べた次の文章中の空欄［　**ア**　］に入る数値および［　**イ**　］に入る式を答えましょう。また，（　　　）について，正しいものを選びましょう。

ケプラーの第3法則によると，公転軌道の長半径をa〔天文単位〕，公転周期をP〔年〕とすると，太陽系のすべての惑星について

$$\frac{a^3}{P^2} = [\quad \textbf{ア} \quad]$$

が成り立つ。このとき，

$$P = [\quad \textbf{イ} \quad]$$

と表せる。よって，公転軌道1周にかかる時間は惑星が太陽から遠いほど（長い / 短い）。すなわち，太陽系の（内側 / 外側）を公転する惑星は（内側 / 外側）を公転する惑星を追い抜いていくということがわかる。

第18講 PART2 確認問題

問 1 ケプラーの法則について，次の問いに答えよ。

(1) ケプラーの第 1 法則として最も適当なものを，次の①～④のうちから一つ選べ。

① 惑星は太陽を焦点の 1 つとする放物線軌道を描く。
② 惑星は太陽を焦点の 1 つとする楕円軌道を描く。
③ 惑星は地球を焦点の 1 つとする放物線軌道を描く。
④ 惑星は地球を焦点の 1 つとする楕円軌道を描く。

(2) ケプラーの第 2 法則について，次の文の空欄アに入る語句として最も適当なものを，下の①～④のうちから一つ選べ。

　ある惑星と太陽を結ぶ線分が単位時間に通過する部分の（　ア　）は一定である。

① 質量　② 長さ　③ 面積　④ 体積

(3) ケプラーの第 3 法則について，次の文の空欄イに入る式として最も適当なものを，下の①～④のうちから一つ選べ。ただし，a は惑星と太陽の平均距離，P は惑星の公転周期である。

　すべての惑星について，（　イ　）の値は等しい。

① $\frac{a^2}{P}$　② $\frac{a^3}{P}$　③ $\frac{a^3}{P^2}$　④ $\frac{a^2}{P^3}$

< Note >

第 18 講　惑星の運動と見え方

PART1　地球の自転と公転

問題(1)　ア：$\overrightarrow{v_X} - \overrightarrow{v_A}$　イ：$\overrightarrow{v_X} - \overrightarrow{v_B}$

同じ向き

問題(2)　ウ：$\dfrac{v}{c}$　エ：3600　オ：3.16×10^{-5}

問題(3)　カ：$\dfrac{vT}{2\pi}$　キ：$\dfrac{vT}{2\pi c}$　ク：3.15×10^7　ケ：8　コ：18

PART2　ケプラーの法則

問題(1)　焦点の 1 つ，1.2 倍

問題(2)　1.2 倍

問題(3)　ア：1　イ：$\sqrt[a]{a}$

長い，内側，外側

PART3　天球と太陽の動き

問題(1)　一致，反時計回り，西から東，赤道面上

問題(2)　【※図参照】

問題(3)　反時計回り，西から東，夏

問題(4)　【※図参照】

PART4　時刻と暦

問題(1)　進んでいる，近日点と遠日点，a，二至二分， b

ア：12　イ：0　ウ：15　エ：11　オ：45　カ：135　キ：20

遅れて

ク：11　ケ：25

問題(2)　コ：1460.9688　サ：365.25　シ：146096.8800　ス：97　セ：100

ソ：3　タ：100　チ：400　ツ：365.2422

PART5　惑星の視運動

問題(1)　0^{h}，2^{h}，$18^{h}\sim 20^{h}$，2022 年 10 月，内合，外合，19 か月

問題(2)　約 12^{h} 異なる，正反対の，2023 年 11 月，25 か月

問題(3)　ア：$\dfrac{1}{P_A}$　イ：$\dfrac{1}{P_B}$　ウ：$\dfrac{t}{P_A}$　エ：$\dfrac{t}{P_B}$　オ：1　カ：$\dfrac{1}{P_A}-\dfrac{1}{P_B}$

第18講　PART2　確認問題　解答

問 1

(1)　②

解説：
惑星は太陽を 1 つの焦点とする楕円軌道を描く。

(2)　③

解説：
ある惑星と太陽を結ぶ線分が単位時間に通過する部分の面積は一定である。面積速度一定の法則とも呼ばれる。

(3)　③

解説：
惑星と太陽の平均距離の 3 乗は，惑星の公転周期の 2 乗に比例する。